Домашняя школа для дошкольников

Александр Звонкин

SHOUT
SHARE
IT

- Звонкин Александр & Левин Вадим
  -
  - Вадим Левин
  - Интеллектуальные задачи для двухлетних
  - «Никого не больше»
  - Пусть дальше думают сами
  - Являются ли папы и дедушки мужчинами, а мужчины — людьми?
  - Дима и Петя
  - Детям нужно полноценное интеллектуально-эстетическое удовольствие
  - Ошибки как педагогический инструмент
  - Теория вероятностей для выращивания вундеркиндов?
  - Увлекательная, если сначала пощупать руками
  - К чему ведет взрослая привычка подставлять свою точку зрения вместо ребячьей
  - Золотая жила, или Задача-хамелеон
  - Как важно хотя бы на мгновение усомниться
  -
  - Дошкольники и центральное понятие математики
  - Пятилетний экспериментатор?
  - Мы, обезьяны и математика
  - Саша Черный Иероглифы

Звонкин Александр & Левин Вадим Домашняя школа для дошкольников

В середине восьмидесятых в журнале «Знание — сила» появились две необычные публикации из семейного опыта дошкольной педагогики: «Малыши и математика, непохожая на математику» и «Дети и С25» (1985,?8 и 1986,?2).

Автор публикаций — молодой математик, кандидат наук Саша Звонкин — назвал свои статьи заметками. Сегодня, когда я готовлю к печати в «Первом сентября» «монолог гостя», автор заметок — гость газеты — преподает во Франции. Александр Звонкин давно стал доктором физико-математических наук и получил должность профессора в университете города Бордо. «Заметки» его юности и уникальный педагогический эксперимент, которому они посвящены, вряд ли известны современным родителям (да и педагогам тоже!). Хочу восполнить эту несомненную потерю и предлагаю читателям «Родительской газеты» статьи А.Звонкина в некотором сокращении и с моими комментариями. Я позволил себе также выделить курсивом некоторые фрагменты заметок и ввести в «монолог» подзаголовки.

Историческая справка: С чего все началось?

Мы познакомились с сотрудником института новых технологий («ИНТ») Сашей Звонкиным вскоре после того, как его заметки были опубликованы в журнале «Знание — сила». Тогда же он рассказал мне, с чего начался его эксперимент.

Саша с женой и двумя детьми переехал из центра Москвы в новый микрорайон. Четырехлетний сын Дима робел среди огромных одинаковых домов и незнакомых детей и взрослых. Чтобы помочь ему познакомиться и сдружиться с новыми малолетними соседями, отец стал проводить с Димой и его ровесниками-новоселами — Женей, Петей и Андрюшей — домашние занятия по математике.

Конечно, домашний кружок, открытый молодым папой ради сына — это уже сам по себе поступок, достойный подражания и упоминания в «Самоучителе для родителей». Но Александр еще и описал свой уникальный педагогический эксперимент. Причем, описание это богато точными наблюдениями, ценными размышлениями, неожиданными и убедительными замечаниями. Впрочем, судите сами. Слово Александру Звонкину.

Вадим Левин
Малыши и математика, непохожая на математику

Что я могу предложить своему сыну взамен традиционного: «научить, объяснить, показать, повторить, закрепить?..»

Эти заметки не претендуют на обоснование некоей новой системы дошкольного обучения. Это просто литературно обработанные дневниковые записи, которые я вел несколько лет, когда занимался математикой со своим сыном-дошкольником и его сверстниками.

Как математик-профессионал я считаю, что в обыденных представлениях о том, чем и как заниматься с детьми дошкольного возраста, царит традиция, в общем-то, идущая от наших «взрослых», родительских представлений, а не от внутренних возможностей и, главное, потребностей детей.

Подобное, к сожалению, происходит не только при обучении математике.

На вопрос «чем» традиция отвечает так: в основном арифметикой и еще чуть-чуть геометрией.

Что касается того, «как» основная идея выражается словами: научить, объяснить, показать, повторить, закрепить…

Эта, последняя идея настораживает больше всего. Когда я слышу, что в современную эпоху очень выросли требования к математической подготовке выпускников детского сада, мне, родителю, становится как-то не по себе такой тоской веет от этих «возросших требований».

Родительский эксперимент: математический кружок, в котором не учат арифметике.

Но легко критиковать традиционные представления. А что я сам могу предложить своему сыну взамен? Есть ли иной путь? И я поставил что-то вроде многолетнего эксперимента: когда мой Дима дорос до четырех лет, я не утерпел и организовал самый настоящий математический кружок, в котором совершенно не учил… арифметике. Записи об этом «родительском эксперименте» я и представляю на суд читателя.

Интеллектуальные задачи для двухлетних

Такие сценки каждый из нас наблюдал не раз. Мама прячется за штору, потом с улыбкой выглядывает и говорит: «Ку-ку». И снова прячется. А совсем еще крошечный малыш при каждом ее появлении хлопает в ладоши и радостно визжит. Оба совершенно счастливы. Обоим, конечно же, и в голову не приходит, что они занимаются математикой.

Я написал эту фразу не для того, чтобы шокировать читателя или подцепить его на удочку притянутого за уши парадокса. Я это всерьез. Если почитать труды психологов, можно узнать, что в возрасте до полутора лет основная интеллектуальная задача, которая стоит перед ребенком, заключается в том, чтобы открыть закон постоянства объектов. То есть что вещи не исчезают, когда мы перестаем их видеть, а остаются существовать там же, где были, существовать без нас.

Оказывается, такой важный объект, как мама, исчезнув, все же продолжает быть где-то здесь и вскоре появляется из-за той же шторы.

Арифметика по-японски

Но вот ребенок подрос, и его начинают уже сознательно «обучать математике» — учат считать. Никто не спорит — уметь считать, конечно, полезно. Однако что означает это умение?

Давайте встанем на место ребенка и попробуем сами учиться арифметике… но только по-японски! Итак, вот вам первые десять чисел: йти, ни, сан, си, го, року, сити, хати, ку, дзю. Интересно, сколько времени вам потребуется, чтобы хотя бы только выучить эту последовательность наизусть? Когда это наконец удастся, попробуйте считать в обратном направлении, от дзю до ити. Если же и это удается, давайте начнем вычислять. Отвечайте, желательно без запинки и по возможности не переводя, даже в уме, на русский язык: сколько будет к року прибавить сан? А от сити отнять го? А хати поделить на си? А теперь давайте решим задачу: мама купила на базаре ку яблок и дала по ни яблок каждому из си детей; сколько яблок у нее осталось?

(Все ответы тоже следует давать по-японски.) Если после месяца активных тренировок вы освоите всю эту нелегкую науку и научитесь беглому счету в пределах дзю, вас можно поздравить:

у вас превосходная механическая память.

И, разумеется, все это очень мало связано с вашими интеллектуальными способностями. Содержательные, собственно математические трудности в счете тоже присутствуют. Но они чаще всего остаются где-то за кадром — невидимые, незаметные. И, может быть, это к лучшему. Иначе энтузиасты раннего обучения тут же бросились бы изо всех сил объяснять малышу то, чего он пока еще понять не может, желая поскорее втащить его за шиворот на верхнюю ступеньку лестницы. А он мог бы сам.

Легко ли ребенку отличить вилку от ложки? А квадрат от треугольника?

Вторая тема, традиционно фигурирующая в дошкольной математике, — геометрия. Считается, что детям нужно сообщить некоторый набор сведений, касающихся геометрических фигур: что такое треугольник, квадрат, круг, угол, прямая, отрезок, а также научить простейшим приемам измерения. Но давайте вдумаемся: если ребенок легко отличает вилку от ложки, почему же ему трудно отличить квадрат от треугольника? Да ему и не трудно вовсе! В чем он действительно испытывает трудность, так это в уяснении логических взаимоотношений между понятиями, а также тех действий, которые можно с фигурами совершать. Я, например, встречал первоклассников, которые считали, что если квадрат нарисовать косо, то он перестанет быть квадратом и станет просто четырехугольником (рисунок 1). А вопрос о том, чего вообще больше квадратов или четырехугольников, требует уже вовсе недюжинной логики.

Говоря короче, я поставил себе задачей не сообщать ребенку информацию, а дать ему материал для размышлений и наблюдений (Подчеркнуто мной.? ВЛ).

«Не сообщать ребенку информацию, а дать ему материал для размышлений и наблюдений».

Эту фразу, по-моему, следует отнести к золотым правилам педагогики.

И если взглянуть на дело с этой точки зрения, то треугольники с квадратами тотчас же теряют право первородства: задачи про вилки и ложки ничуть не менее математичны, если в них есть над чем подумать. И еще — не потому ли дошкольная математика занимается числами и фигурами, что их изучает также и школьная математика? Не есть ли это дань традиции? Ведь мы можем очень мало содержательного сообщить малышам об этих объектах. Нельзя ли взглянуть на проблему шире?

Итак, я не утерпел и организовал самый настоящий математический кружок.

Занимались мы раз в неделю, примерно по полчаса.

Участников кружка четверо: Дима, Женя, Петя и Андрюша. Дима — самый младший, а старшему из детей, Андрюше, скоро должно было исполниться пять. Вскоре я завел дневник, куда стал записывать все, что было на занятиях, — и свои успехи, и неудачи.

Но, как это часто бывает, наиболее отчетливо я помню наше первое занятие.

«Никого не больше»

Мы рассаживаемся вокруг журнального столика. Я, конечно, волнуюсь. Для начала говорю детям, что мы будем заниматься математикой, и для поддержания авторитета добавляю, что математика — это самая интересная в мире наука. Тут же получаю вопрос: «А что такое наука?» Приходится объяснять: наука это когда много думают. «А я думал, фокусы будут», — несколько разочарованно произносит Андрюша. Его дома предупредили, что дядя Саша будет с ними сегодня заниматься и будут фокусы. «Фокусы тоже будут», говорю я и, сворачивая вступление, перехожу к делу.

Вот первая задача. Я кладу на стол восемь пуговиц. Не дожидаясь моих указаний, мальчики все вместе кидаются их считать — ведь для них «математика» и «считать» пока синонимы. Когда шум утих, я могу сформулировать собственно задачу: «А теперь положите на стол столько же монет». Теперь на столе оказывается еще восемь монет. Мы кладем монеты и пуговицы в два одинаковых ряда, друг напротив друга. «Чего больше, монет или пуговиц?» — спрашиваю я.

Дети смотрят на меня несколько недоуменно; им не сразу удается сформулировать ответ: «Никого не больше». — «Значит, поровну, — говорю я. А теперь смотрите, что я сделаю».

Стоит запомнить! Педагог Саша не делает замечания, не произносит назидательно: «Так по-русски не говорят. Нужно говорить такї» Вместо этого он «повторяет» правильное по содержанию, но стилистически неудачное детское утверждение. И при этом «между прочим» устраняет стилистическую ошибку, придавая высказыванию ребенка верную форму.

Замечания взрослого ребенок нередко воспринимает как упрек в непонятливости. Если такие замечания звучат часто или произносятся с раздражением, у малыша пропадает желание заниматься делом, которое предлагает ему взрослый. А нередко даже формируется страх перед учением, комплекс «я глупый»? очень распространенный школьный комплекс.

И я раздвигаю ряд монет так, чтобы он стал длиннее (рисунок 2). «А теперь чего больше?» — «Монет, монет больше!» — хором кричат ребята.

Я предлагаю Пете сосчитать пуговицы. Хоть мы их уже считали четыре раза, Петя не удивляется моему заданию и подсчитывает количество пуговиц в пятый раз: «Восемь». Предлагаю Диме сосчитать монеты; Дима считает и говорит: «Тоже восемь». — «Тоже восемь? — подчеркиваю я голосом. —

Значит, их поровну?» — «Нет, монет больше!» — решительно заявляют мальчики.

По правде говоря, я заранее знал, что ответ будет именно таким. Эта задача — только одна из бесчисленных серий задач, которые давал в своих экспериментах детям-испытуемым великий швейцарский психолог Жан Пиаже. В своих опытах он установил: маленькие дети не понимают того, что нам с вами кажется самоочевидным, — если несколько предметов как-нибудь переставить или переместить, то их количество от этого не изменится.

Итак, я знал заранее, что скажут дети. Знал, но почему-то не приготовил никакой разумной реакции на их ответ.

А как поступили бы вы, читатель? Что бы вы сказали детям?

Дети сдаются не так-то легко, но если насесть как следует, они перестанут опираться на собственный ум

Самый распространенный прием, которым пользуются почти все взрослые, состоит в том, чтобы начать детям изо всех сил что-то втолковывать. «Ну как же так! — с наигранным удивлением говорит взрослый. — Откуда же их могло стать больше? Ведь мы же никаких новых монет не добавляли! Ведь мы их только раздвинули — и все. Ведь раньше же их было поровну — вы же сами говорили! Значит, их никак не могло стать больше. Конечно же (выделяем голосом), монет и пуговиц осталось поровну!»

Все это, на мой взгляд, никуда не годится. Во-первых, не надейтесь, что ваша логика в чем-либо убедит ребенка: логические рассуждения не кажутся убедительными тому, кто еще не умеет логически мыслить. Убедительной является только интонация вашего голоса. А она покажет ребенку лишь то, что он опять оказался не на высоте и что-то сделал не так. Дети сдаются не так-то легко, у них здоровый дух. Но если насесть как следует, можно добиться того, что они перестанут опираться на собственный ум, а будут пытаться угадать, чего желает от них взрослый.

Обратите внимание на эту опасность! Замечательные природные свойства ребенка: любопытство и любознательность, могут пробудить самостоятельность детского мышления. Но могут породить у малыша готовность угадывать и говорить то, что хотят услышать взрослые. К сожалению, традиционное домашнее, детсадовское и школьное образование направлено обычно на то, чтобы «объяснить» (а точнее — внушить) ребенку, как нужно говорить «правильно», как принято говорить.

Взрослые вообще предъявляют детям множество необъяснимых требований: почему-то нельзя рисовать на стене; почему-то надо идти ложиться спать, когда не хочется; почему-то

нельзя спрашивать: «А когда этот дядя уйдет?». Вот и сейчас происходит что-то аналогичное: хотя я вижу, что монет больше, чем пуговиц, но почему-то полагается отвечать, что их поровну.

Так что же все-таки делать?

Можно высказать и свою точку зрения, но очень осторожно и ненавязчиво

Ну, прежде всего, можно обменяться мнениями: «А ты, Женя, как думаешь? А ты, Петя? А почему? А на сколько монет больше?»

Наравне с остальными можно высказать и свою точку зрения, но очень осторожно и ненавязчиво, снабдив всяческими оговорками типа «мне кажется» и «может быть». То есть весь свой авторитет взрослого употребить не на то, чтобы закрепить за этим авторитетом абсолютную власть единственно правильного суждения, а на то, чтобы убедить ребенка в важности и ценности его собственных поисков и усилий (Курсив мой.?ВЛ).

Это суждение Александра Звонкина звучит для меня как еще одно золотое правило педагогики

Но еще интереснее натолкнуть его на противоречия в собственной точке зрения.

Очень рекомендую родителям почаще использовать в беседах с детьми эту плодотворную педагогическую подсказку.

«А сколько монет надо забрать, чтобы снова стало поровну?» — «Две монеты надо забрать». Забираем две монеты; считаем: пуговиц восемь, а монет шесть. «А теперь чего больше?» — «Теперь поровну» Очень хорошо. Я снова раздвигаю монеты пошире и задаю тот же вопрос. Теперь уже оказывается, что шесть монет — это больше, чем восемь пуговиц. «А почему их стало больше?» «Потому, что вы их раздвинули». Мы опять отбираем две монеты, потом еще раз. Наконец картинка приобретает вот такой вид (рисунок 3). В этот момент вдруг завязывается яростный спор. Одни мальчики по-прежнему считают, что больше монет, другие вдруг «увидели», что больше пуговиц. Пожалуй, самое время прерваться и перейти к другой задаче; пусть дальше думают сами.

От скороспелых знаний пользы ровно столько же, сколько от преждевременных родов

Все эти мысли и идеи пришли ко мне далеко не сразу, так что в своем рассказе я поневоле забежал вперед — и в будущие свои размышления, и в будущие занятия. Эта задача еще многократно возникала у нас в разных обличьях. Было у нас, например, две армии, которые никак не могли победить друг друга, потому что у них было поровну солдат. Тогда одна из них раздвинулась, солдат у нее стало больше, и она начала побеждать. Увидев это, вторая армия раздвинулась еще шире, и т. д. (Закончить историю

можно в соответствии с собственной фантазией.) Еще был Буратино, которого Лиса Алиса и Кот Базилио пытались обмануть, раздвигая пять золотых монет и утверждая, что их стало больше.

Я научился не ждать легких побед. Все равно раньше чем через два-три года дети не усвоят закон сохранения количества предметов, как бы вы их не учили. Да самое главное, это вовсе и не нужно! Я уверен: от этих скороспелых знаний пользы ровно столько же, сколько от преждевременных родов. Всему свое время, и не следует опережать события, в том числе и в области воспитания интеллекта. (Эта точка зрения высказана здесь в несколько демагогической форме лишь из-за недостатка места. Я готов аргументировать ее, опираясь и на мой личный опыт, и на авторитет наиболее проницательных педагогов и ученых, и на данные психологических экспериментов.) Но, повторяю, все эти мысли были потом. А тогда, на первом занятии, я был рад, что какое-то интуитивное озарение удержало меня от «объяснений», и я просто перешел к следующей задаче.

Пусть дальше думают сами

На столе шесть спичек. Складываю из них различные фигурки и прошу ребят по очереди сосчитать, сколько здесь спичек. Каждый раз их оказывается шесть штук… Нет, я слишком увлекся схоластическими рассуждениями и стал писать по-канцелярски. Давайте вернемся в живую детскую аудиторию, давайте увидим, как это происходит в жизни.

Каждый новый результат подсчета встречается настоящим взрывом восторга и хохота. Вот уже Андрюша и Женя кричат, что всегда получится шесть. Вот уже Дима довольно невежливо рвет у меня из рук спички, чтобы самому сложить какую-то вычурную фигурку, а Петя, напротив, очень вежливо спрашивает, не могу ли я ему дать еще спичек. Еще чуть-чуть — и их веселье перерастает в неуправляемое детское буйство.

Очень важно расковать, раскрепостить детей, чтобы они ощутили свои занятия непринудительными, добровольными, доставляющими радость. Без этого не возникнет творчества, самостоятельности. Но не менее важно (и еще труднее) уследить, чтобы раскрепощенность не переросла «в неуправляемое детское буйство». В состоянии «буйства» (как и в состоянии закрепощенности, скованности) дети не способны к плодотворным, созидательным действиям.

(Такие занятия с детьми требуют терпения, внимания к ребенку, умения проникать в его логику, в его восприятие мира, знания предмета <в данном случае — математики>, педагогической изобретательности. Из всего этого только знание предмета можно «позаимствовать» у методиста. Остальное терпение и внимание к ребенку — должно быть свое, идущее от любви и уважения к малышу, от родительской культуры и инт5ллектуальной активности).

Надо их как-то удержать и внимательно выслушать Андрюшу с Женей («Почему вы так думаете?»), и к тому же не упускать из виду новые повороты мысли: ведь тут как раз Дима сложил трехмерную фигурку — колодец. Я привлекаю к ней всеобщее внимание. На этот раз даже Андрюша с Женей не так уже уверены, что снова получится шесть. Считать спички очень трудно — колодец все время разваливается. Наконец у Димы получается семь! Все в легком недоумении, но особенно сильного удивления никто не проявляет: семь так семь, хоть и немного странновато. Ну что ж, моя педагогическая задача состоит не в том, чтобы сообщать детям окончательно установленные истины, а в том, чтобы разбудить их любознательность. Если кто-нибудь

из мальчиков через несколько дней (или месяцев) вдруг по собственной инициативе сложит спички колодцем и пересчитает их — просто потому, что ему стало интересно, потому что захотелось узнать, как же все-таки на самом деле, — тогда я буду считать, что моя педагогика достигла своего апофеоза: ведь это маленькое самостоятельное исследование!

Если же этого не случится, то, будем надеяться, произойдет в другой раз, с другой задачей. (В будущем я имел многочисленные подтверждения, что так оно и бывало неоднократно.) Так или иначе, я ограничиваюсь лишь замечаниями типа «как интересно!» и «замечательно!» — в надежде, что эта ситуация покрепче застрянет у них в памяти.

Детская память. Какая это удивительная вещь! Не могу удержаться, чтобы не вставить здесь одну историю из более позднего времени.

Являются ли папы и дедушки мужчинами, а мужчины — людьми?

Перед нами лежали на столе три фигурки из картона (рисунок 4). Мы детально и обстоятельно обсуждаем их все вместе и по отдельности. У всех фигурок по четыре угла. Значит, каждую из них мы можем назвать четырехугольником. Итого: у нас есть три четырехугольника. При этом два из них отличаются тем, что у них все углы прямые. За это их называют прямоугольниками. Один из двух прямоугольников особый: у него стороны одинакового размера. Его называют квадратом. У квадрата как бы три имени: его можно назвать и квадратом, и прямоугольником, и четырехугольником — и все будет правильно.

Моя информация встречается не без сопротивления. Дети упорно стремятся мыслить в понятиях непересекающихся классов. А характер их объяснений внушает подозрение в том, что они еще не осознали по-настоящему великий закон «целое больше своей части». Десять минут назад они спорили о том, являются ли папы и дедушки мужчинами, а мужчины — людьми. Сейчас они никак не соглашаются называть квадрат прямоугольником: уж или одно, или другое. Я провожу настоящую агиткампанию за равноправие квадрата среди всех прямоугольников. Постепенно моя пропаганда начинает действовать. Мы еще раз подводим итог: сколько у нас квадратов? — Один. — А прямоугольников? — Два. — А четырехугольников? — Три.

Казалось бы, все хорошо. И я задаю последний вопрос, помните, тот, из начала статьи: «А чего вообще на свете больше — квадратов или четырехугольников?» — «Квадратов!» — дружно и без тени сомнения отвечают дети. «Потому что их легче вырезать», — объясняет Дима. «Потому что их много в домах, на крыше, на трубе», — объясняет Женя.

Вопросы важнее ответов

Такова завязка этой истории. А развязка произошла через полтора года, без всякой подготовки и даже без всякого внешнего повода. Летом на прогулке в лесу Дима неожиданно сказал мне: «Папа, помнишь, ты давал нам задачу про квадраты и четырехугольники — чего больше. Так, мне кажется, мы тогда тебе неправильно ответили. На самом деле больше четырехугольников». И дальше довольно толково объяснил, почему. С тех пор я исповедую принцип: вопросы важнее ответов.

Почему дети, которых ничему не учат, все же продвигаются

вперед?

…Психологи проводили и продолжают проводить множество экспериментов, пытаясь научить детей некоторым первоначальным математическим закономерностям. Например, делают так. Сначала группу ребят проверяют, понимают ли они такую простую вещь: если кусок пластилина помять, раскатать и вообще придать ему другую форму, то количество пластилина от этого не изменится. Тех, кто этого не понимает, делят на две части. Одну оставляют «свободной» — это так называемая контрольная группа. А другую начинают обучать закону сохранения количества вещества: показывают, объясняют, взвешивают, сравнивают. Недели через две опять проверяют участников обеих групп, смотрят, кто чему научился. Чаще всего в результате оказывается, что прогресс в обеих группах весьма незначительный и при этом совершенно одинаковый. Обычно психологи недоумевают: почему же дети, которых так старательно обучали, так ничему и не научились?

Я, читая отчеты об этих экспериментах, задал себе противоположный вопрос: почему дети, которых ничему не учили (контрольная группа), тоже чуть-чуть продвинулись вперед? Теперь, после нескольких лет занятий с малышами, могу предложить свою гипотезу: потому что им тоже задавали вопросы.

Как же поспеть одному на всех?..

Однако вернемся на наше занятие. Следующая задача — еще одна вариация на ту же тему сохранения количества предметов. Те самые шесть спичек, которые еще остались на столе после предыдущей задачи, раскладываются в рядок. Я прошу к каждой спичке положить пуговицу (рисунок 5).

Стандартный вопрос: «Чего больше — спичек или пуговиц?» — «Поровну». «Значит, пуговиц столько же, сколько спичек», — резюмирую я.

Забираю все пуговицы в кулак и прошу сказать, сколько у меня в кулаке спрятано пуговиц.

Характерно, что никто не делает ни малейшей попытки подсчитать спички. Да и зачем, в самом деле? Ведь спрашивают про пуговицы — значит, и считать нужно пуговицы. Дима как человек со мной на самой близкой ноге пытается разжать мой кулак, другие удивленно спрашивают: «Как же мы можем их сосчитать?» Я смеюсь: «Сосчитать, конечно, нельзя — пуговицы прятаны. Но попробуйте как-нибудь угадать».

Тогда на меня обрушивается настоящий шквал отгадок, чаще всего ни на чем не основанных. Женя

Каждый кричит что-то свое; при этом один лишь Женя кричит

правильный ответ. Я пытаюсь его выслушать, спросить, почему. Но он ретируется. Жене вообще часто мешает робость. Пока все кричат хором, перебивая друг друга, он, пожалуй, чаще других кричит правильный ответ. Но стоит всех утихомирить и обратиться лично к нему, как он смущается и уходит в себя. Андрюша

С Андрюшей — другая проблема. Он мальчик очень целеустремленный, и на наших занятиях ему явно не хватает мотивации. Когда я в следующий раз предложил ту же задачу в другой аранжировке — уже были не пуговицы со спичками, а солдаты с ружьями, потом они ушли, ружья остались, и теперь разведчику нужно узнать, сколько было солдат, — вот тогда он первым догадался, что можно сосчитать ружья. И еще он любит игры, в которых кто-то должен выйти победителем. Но у меня не всегда хватает фантазии представить задачу в подходящей форме. Тем более, что другие этого вовсе не требуют.

Дима и Петя

Дима, например, вообще не любит решать чужие задачи, а любит придумывать свои. С трудом я подобрал к нему ключик — стал говорить примерно так: «Придумай задачу, в которой было бы…» — и дальше излагаю свое условие. К тому же решения его часто отличаются какой-то странной вычурностью (особенно это будет видно в следующей задаче); его довольно трудно ввести в колею здравого смысла. И с Петей тоже, конечно, свои сложности.

Дирижер или жонглер?

Как же мне поспеть-то одному на всех?.. Боже мой, у меня всего четыре ученика, и я не могу обеспечить индивидуальный подход! Что же может сделать учитель, у которого сорок человек в классе?.. Учителя часто любят сравнивать с дирижером. Я сам себе кажусь похожим скорее на жонглера, у которого вот-вот все рассыплется по арене. Так и сейчас, пока я пытаюсь беседовать с Женей — что да почему, Дима уже вытащил карточку для следующего задания («Четвертый — лишний») и спрашивает: «Папа, а это что, следующая задача?» Остальные двое уже рвут у него карточки из рук и безжалостно мнут их при этом, не щадя вечернего родительского труда. Женя уже тоже косится в их сторону. Я разжимаю кулак, мы бегло проверяем, сколько пуговиц, и переходим к следующей задаче.

Услышать от ребенка правильное объяснение важнее, чем получить от него правильный ответ

Правила игры «Четвертый — лишний» общеизвестны. Детям дают четыре карточки, на которых изображены или такие фигуры, как на рисунке 6, или нарисованы, например, заяц, ежик, белка и чемодан. Нужно сказать, какой из этих рисунков лишний.

Забавно наблюдать, как дети почти всегда дают правильный ответ, хотя далеко не всегда могут его объяснить. «Лишний — чемодан». — «Почему?» — «Потому что он не заяц, не ежик и не белка». — «Ах, вот как! А по-моему, лишний заяц. Потому что он не ежик, не белка и не чемодан!» Мальчики смотрят на меня в недоумении и заявляют настойчиво: «Нет, лишний — чемодан!»

Я пытаюсь узнать, нельзя ли все три не-лишних предмета — зайца, ежика и белку — назвать одним общим словом. Наконец Петя, который по словарному запасу опережает остальных, первый находит нужное слово — «животные». И в дальнейшем он часто выручал нас в этой ситуации.

Лишние выстраиваются в очередь

Между прочим, я даю также и задачи с неоднозначным ответом. Например: воробей, пчела, улитка и самолет. Можно лишним считать самолет (неживой), а можно улитку (не умеет летать).

В таких задачах я по очереди сам «назначал» лишних, а мальчики должны были давать объяснения. Так я пытался их убедить, что правильное объяснение важнее, чем правильный ответ, — прообраз общематематической идеи о необходимости не только делать правильные утверждения, но и эту правильность доказывать.

Схема «четвертый — лишний» и ее разновидности очень удобны для того, чтобы учить детей угадывать закономерности (эта грань математического мышления забывается школьной педагогикой). Иногда удобнее брать восемь картинок, которые должны разделиться по выделенным признакам на две равные группы. Именно такой схемой пользовался М.М.Бонгард в своей знаменитой книге «Проблемы узнавания». И уж совсем трудные логические задачи получаются с пересекающимися классами.

Например, пять картинок нужно разбить на две равные группы, по три картинки в каждой; при этом одна из картинок общая — она принадлежит обеим группам. Вот например: мяч, автомобильная шина, резиновые сапоги, пальто, шапка. Здесь три предмета из резины (мяч, шина, сапоги) и три предмета одежды (сапоги, пальто, шапка); общий элемент — сапоги.

Когда мы впервые встретились с Сашей Звонкиным, я рассказал ему о том, как мы с моими литстудийцами играем в подобную игру на лексическом материале. Группу из семи слов, заранее подобранных мной, студийцы пробуют разделить на две группы по четыре слова в каждой: Клюшка, дорога, гараж, хоккеист, ворота, матч, автомобиль; или Книга, тетрадь, осень, дерево, буква, лист, ветка.

Ключик к решению (найти слово-омоним, разные значения которого вписываются в разные ряды) быстро обнаруживают даже дошкольники. И весело выстраивают семерки в две шеренги по четыре слова в каждой: Клюшка-хоккеист-матч-ворота и дорога-гараж-автомобиль-ворота; Книга-тетрадь-буква-лист и осень-дерево-ветка-лист.

Любят эту игру и подростки, и взрослые. А придумывать такие задачи с детьми — редкое удовольствие.

Отдельный вопрос: как физически поделить пять картинок на две группы по три — не рвать же одну карточку пополам.

Мы пользовались стандартным приемом: двумя веревочными кругами, в пересечении которых помещали общий предмет.

Всегда ли мыслить нестандартно означает мыслить

творчески?

Дима все время представлял собой проблему. «Это хоть и дядя, но похож на тетю», — говорил он про старика с огромной бородой и помещал его в общество женщин. Про автомобильную шину он долго доказывал нам всем, что это тоже одежда, так как ее можно носить на поясе. Когда же никто с ним не согласился, он сказал: «Все равно это одежда, потому что ее надевают на автомобиль».

Кто-нибудь скажет: вот, мальчик умеет мыслить творчески, нестандартно. Насчет «нестандартно» согласен, но вот творчески… Человек по-настоящему творческий умеет предложить неожиданное, нестандартное решение и при этом остаться в рамках задачи. У Димы пока присутствует только первый компонент, а вот остаться в рамках задачи или хотя бы вблизи от них он не умеет. Надо как-то суметь, не подавив одно, развить другое. А как этого добиться, я не знаю.

Детям нужно полноценное интеллектуально-эстетическое удовольствие

Наша следующая (и последняя на этот раз) задача — из области геометрии. Я извлекаю цветную детскую мозаику, купленную в магазине «Лейпциг» (увы, в одном экземпляре: в момент покупки я еще не помышлял о кружке).

Мозаика представляет собой прямоугольное поле с отверстиями. В них вставляются одинаковые по форме фишечки пяти разных цветов (рисунок 7), цвет фишек очень яркий, насыщенный, приятный для глаз. Наша задача — про симметрию. Сначала я выкладываю ось — одноцветную вертикальную линию, проходящую посередине поля. Я называю эту линию «зеркалом»; в это зеркало сейчас будут смотреться разные фигурки. Я строю с одной стороны от оси разнообразные небольшие фигурки, а мальчики должны построить симметричные им фигурки с другой стороны. Я варьирую все, что можно — цвет, размер, расположение фигур (на следующих занятиях будет меняться также и расположение оси: сначала она станет горизонтальной, затем пойдет по диагонали). С помощью настоящего зеркала мы проверяем наши решения: оказывается ли за зеркалом то же самое, что мы видим в зеркале? Мальчики справляются с задачей на удивление легко, почти не допускают ошибок. Не могу понять, почему эта тема (осевая симметрия) вызывает трудности в шестом классе! Мы впоследствии посвятили ей много занятий. Симметрия в самом деле очень богатая тема.

Мы рассматривали картинки с симметричными узорами из книг по популярной математике. Мы рисовали симметричные фигуры разноцветными фломастерами на клетчатой бумаге; делали симметричные кляксы, складывая лист бумаги пополам; вырезали новогодние снежинки; находили ошибки в симметричных рисунках, в которых были специально сделаны кое-где нарушения, отклонения от точной симметрии; среди восьми карточек находили четыре симметричные и четыре несимметричные фигуры; у одной фигуры находили все возможные оси симметрии. Другие виды перемещений — центральная симметрия, поворот, параллельный перенос — оказываются для детей несколько более сложными, а вот осевая симметрия буквально идет «на ура».

А мозаика стала вскоре моим любимейшим инструментом.

Это не игра, а настоящий клад всевозможных задач по геометрии, комбинаторике, логике, угадыванию закономерностей. А однажды она мне преподала один незабываемый урок на тему о том, что для детей важнее. Дело было так. Мальчики с удовольствием ходили на занятия, а иногда даже в ответ на мои слова «урок окончен» просили позаниматься еще. Я, конечно, гордился собой, пока вдруг не заметил, что их просьбы продолжить занятие следуют только тогда, когда мы занимаемся с мозаикой.

Я решил проверить свою догадку. Следующее занятие было без мозаики. Так оно и есть: говорю «урок окончен» — дети спокойно встают и расходятся.

Меня охватили глубочайшие сомнения. Мозаика в самом деле очень красива, нет ничего удивительного в том, что ребятам нравится с нею играть. А моя математика, думал я, здесь ни при чем; я ее протаскиваю как обузу, как никому не нужный довесок, как нагрузку к интересной игрушке! И вот в следующий раз я устраиваю решающую проверку. Мы опять занимаемся с мозаикой; опять мальчики не хотят заканчивать занятие. И тогда я говорю: «Нет, давайте мы урок все-таки закончим, а с мозаикой я вам разрешаю поиграть просто так». В ответ следует единодушный вопль возмущения, и Петя резюмирует общую точку зрения в решительных словах: «Э, не-ет! Мы хотим задачу!!» Вот так я понял, где лежит истина.

Детям нужно полноценное интеллектуально-эстетическое удовольствие. Если одна из двух половин отсутствует, полноценность теряется, а с ней и ощущение праздника.

Новогодняя елка без игрушек имеет в глазах детей так же мало притягательности, как игрушки без елки. Только когда они соединяются вместе, наступает праздник. Я надеюсь, что в будущем, через годы, когда мои ребята будут заниматься более абстрактной, «умственной» математикой, они будут получать от этого больше удовольствия, чем их сверстники. Ведь возникающие у них в уме абстрактные образы и понятия будут где-то на дне сознания эмоционально сливаться, окрашиваться воспоминаниями о разноцветных радостях детства.

Вот и сейчас — мы уже прошли два круга, то есть каждый из ребят решил по две задачи на симметрию, пора бы уже кончать, но мальчики не унимаются, хотят еще. Мне кажется, что они уже устали. И я нахожу неожиданный выход: «Давайте вы будете задавать мне задачи, а я буду их решать». Дети в восторге! С новым пылом они строят фигурки, а я — им симметричные. Работаю старательно.

Ошибки как педагогический инструмент

Вдруг в голову приходит новая идея: я начинаю нарочно делать ошибки

Идея использования преднамеренных ошибок прочно вошла в теорию и практику развивающего образования (система Д.Б.Эльконина-В.В.Давыдова). Там такие ошибки получили название «ловушки».

Петя первый это замечает; счастью детей нет конца. К мальчикам как будто пришло второе дыхание. Теперь они с горящими глазами, не отрываясь, следят за моей рукой, встречая каждую новую ошибку воинственными дикарскими кличами.

Но пора все же закругляться. Я отодвигаю мозаику, благодарю всех и объявляю занятие оконченным. «А когда же фокусы будут?» — вдруг вспоминает Андрюша. «Ну как же, Андрюша! Ведь ты сам и показывал фокусы! Пуговиц было не видно, они были спрятаны у меня в кулаке, а ты сумел их сосчитать». Сумел, правда, не он, а Женя, но Андрюша, видимо, об этом забыл, потому что выглядит вполне удовлетворенным.

Очень интересное наблюдение, которое непременно нужно учитывать, занимаясь с дошкольниками и младшими школьниками: когда в группе малышей кто-нибудь справляется с задачей, которую решали все вместе, каждый ребенок ощущает себя решившим задачу!

Мы встаем. Я смотрю на часы: неужели прошло всего двадцать пять минут? Сейчас дети разойдутся, а я останусь приводить в порядок свои мысли, придумывать новые задачи, новые подходы, приемы. И еще — клеить, вырезать, раскрашивать. Одним словом, готовить то, что в педагогике зовется скучным сливом «дидактический материал». Ведь до следующего занятия — всего одна неделя.

Теория вероятностей для выращивания вундеркиндов?

Когда я решался выступить с этими заметками перед широкой аудиторией, я больше всего боялся, что кто-нибудь примет меня за очередного пророка, предлагающего еще один способ выращивания вундеркиндов. Некоторый повод для такого мнения дают темы наших математических занятий. Их «взрослые» названия звучат порой удручающе научно: теория вероятностей, программирование, топология, комбинаторика…

Я представлял себе читателя — восторженного и увлекающегося, воспитанного на лекциях типа «Неизведанные возможности нашей психики», — который станет говорить: «Вы представляете, у него малые дети изучают теорию вероятностей! Взрослые люди, с высшим образованием ничего в этом понять не могут, а малыши прекрасно разбираются!»

И другого — более здравомыслящего и скептического, который будет возражать: «Не понимаю, зачем забивать им голову такой ерундой! Пусть у ребенка будет нормальное детство».

Обидно было бы слышать такие диалоги, так как обе точки зрения основаны на чистейшем недоразумении.

Нет, конечно, мы не «изучаем» никаких формул и теорем математической теории вероятностей. Я не верю в существование детей, сколь угодно одаренных, которые были бы способны к такому изучению. А что же делать вместо этого?

Дошкольники у подножья высшей математики

В качестве первого шага надо задать себе такой вопрос: откуда возникла теория вероятностей? Где ее корни?

Ясно — как и многие другие науки, как даже сама арифметика, теория вероятностей возникла из наблюдений над определенными явлениями реального мира, а именно — над случайными, непредсказуемыми явлениями.

Следующий шаг — понять, что как раз вот такие наблюдения, предшествующие науке, вполне можно проводить вместе с детьми. Не все, конечно, — лишь самые простые. Да дети и сами, без нас, этим занимаются — например, тогда, когда играют в игры с участием игральной кости (кубика с написанными на нем очками от 1 до 6).

Нам остается только чуть-чуть выпятить, самую малость подчеркнуть вероятностную природу их наблюдений. Как? Есть много способов. Можно, например, вместо кубика предложить детям кособокий многогранник, чтобы они увидели, как игра

становится «несправедливой»: одни цифры выпадают чаще, чем другие. Или можно придумать игру, в которой требуется считать сумму очков на двух костях. Здесь тоже дети рано или поздно заметят, что, скажем, сумма 7 выпадает гораздо чаще, чем сумма 2. В такого рода деятельности мы не ограничены ничем, кроме собственной фантазии и реальных возможностей реальных детей. Если дети поняли что-то, если какое-то зерно запало в разум — очень хорошо. Если нет — значит, мы просто играли.

Замечательный девиз для взрослого, предлагающего дошкольникам интеллектуальные игры: «Если дети что-нибудь усвоят, очень хорошо. Если ничего не поймут, — а я и не рассчитывал, что поймут! Мы просто играли».

(А играть вместе со взрослыми для малышей всегда особое удовольствие!)

Итак, сформулирую еще раз общее направление поиска: не наука сама по себе, как готовый продукт прошлых поколений, а те предварительные, предшествующие ей наблюдения, которые послужили толчком к ее появлению (Подчеркнуто мной.? ВЛ).

Блестящая идея! Она справедлива для любого учебного предмета: прежде чем переходить к систематическому изучению любой науки, целесообразно приобщить ребенка (особенно в дошкольном возрасте) к наблюдениям, которые в истории человечества предшествовали возникновению этой науки. Входя в науку не через освоение готовых знаний, а через собственные наблюдения, впечатления и размышления, ребенок сохраняет свое видение мира, а значит и способность к самостоятельным открытиям (а не только к использованию опыта предков).

Хочу рассмотреть один пример более подробно.

Увлекательная, если сначала пощупать руками

Всего лишь одна простая задачка — а как много она дает поводов для размышлений! Здесь и психология, и педагогика, и математика (и даже чуточку философия) сплелись в нерасторжимый узел. Вот сейчас увидите.

Задача эта относится к области комбинаторики. Когда-то такую науку проходили в школе, в девятом классе. Потом сочли очень трудной (вспомните хотя бы такое пугало, как бином Ньютона!) и из программы исключили. А все трудности старшеклассников состояли попросту в том, что им приходилось сразу начинать с формул, не пощупав ничего руками. В данном случае выражение «пощупать руками» надо понимать буквально. Ведь в комбинаторике речь идет о подсчете количества тех или иных комбинаций предметов. Только самих предметов-то нет — их надо вообразить, и комбинации тоже. Вот если бы начать с комбинирования реальных кубиков, фишек…

Мы рассаживаемся вокруг мозаики.

Любопытно, связан ли порядок в игрушках с порядком в мыслях?

Задание такое: надо построить «бусы» — цепочку из пяти фишек, в которой две фишки должны быть черными, а оставшиеся три — белыми. Это, разумеется, можно сделать разными способами. Так вот, наша задача как раз и состоит в том, чтобы перебрать все способы и при этом избежать повторений.

[Image14.gif (8772 bytes)]

Рис. 1.

По науке эти последовательности называются сочетаниями из пяти элементов по два: их количество обозначается C25 и равно { 5x(5?1)} 2 = 10. Ничего этого дети, конечно, не знают и на наших занятиях не узнают. Они просто строят бусы — по очереди, один за другим. Каждый результат проверяется всеми вместе — действительно ли он новый или совпадает с каким-нибудь из построенных ранее. Порой и спорим.

[Image15.gif (1360 bytes)]

Рис. 2.

Например, вот это (рисунок 2) — одно решение или два разных? В конце концов доходим до десяти решений.

Главный вопрос комбинаторики — сколько всего имеется решений. Но мальчики еще очень далеки от него. Они вообще пока не видят разницы между «это невозможно» и «у меня не

получается», и выражают твердую уверенность в том, что уж я-то могу построить и одиннадцатое решение, и двенадцатое, и вообще сколько захочу. Приходится взяться за дело мне самому. Ребята перебирали свои решения как попало, без всякой системы. Зато я демонстрирую образец систематичности: перебираю решения в строго определенном порядке. Сначала ставлю одну черную фишку на первое место, а вторую — поочередно на второе, третье, четвертое, пятое места. Когда эта серия исчерпана, ставлю первую фишку на второе место, и т. д.

Вы думаете, это производит впечатление? Ни малейшего. Единственное, что они поняли, — это то, что у меня тоже ничего не вышло. Отличить одно решение от другого они уже могут, а вот отличить порядок от беспорядка им пока не по силам. Надо отложить эту задачу этак на полгодика. (А пока, может быть, приучать их складывать все игрушки на свои места. Любопытно, связан ли порядок в игрушках с порядком в мыслях?)

К чему ведет взрослая привычка подставлять свою точку зрения вместо ребячьей

Полгода прошло. Но не давать же детям ту же самую задачу снова! Мне приходит в голову, сохранив математическое существо задачи, изменить ее внешнее, физическое оформление. Каждый получает листок, на котором нарисованы сцепленные друг с другом кружочки, по пять штук в каждом ряду (рисунок 3).

[Image17.gif (1541 bytes)]

Рис. 3.

Задача состоит в том, чтобы в каждой цепочке два кружка закрасить, а остальные три оставить пустыми. Разумеется, разными способами и без повторений. Чемпионом будет тот, кто найдет больше всего решений.

(И еще одна деталь, на первый взгляд пустячная. Я даю всем ребятам фломастеры самых разных цветов, а в дальнейших обсуждениях этот факт старательно игнорирую: каждый раз два кружка можно закрашивать любым цветом. Я надеюсь, что, в какой-то мере это подчеркнет чисто комбинаторную природу задачи. А в другой группе я вместо кружков рисовал квадраты, треугольники и т. п.).

Какая красивая педагогическая находка! Педагог задумал не сообщать детям готовые знания, развить их способность наблюдать, осмысливать наблюдения и благодаря этому самостоятельно обнаруживать природные закономерности. В данном случае усилия А.Звонкина направлены на то, чтобы дети открыли вероятностный характер некоторых явлений. Для этого взрослый хочет «самую малость подчеркнуть вероятностную природу» наблюдаемых детьми явлений. Как же это сделать, не сообщая детям законов теории вероятности? Неожиданное и изящное педагогическое решение состоит в том, чтобы сначала предложить ребенку лишние данные, хорошо заметные малышу, а затем «тщательно игнорировать их». Таким образом педагог, не называя сути явления, указывает на то, что не относится к сути наблюдаемого явления. Какой своеобразный педагогический «минус-прием»! Надо взять на вооружение.

Несколько минут самостоятельной работы (показывающей между прочим, что задача на бумаге труднее задачи на мозаике, несмотря на прошедшие полгода), затем шумный обмен мнениями и результатами. Теперь у всех по десять решений.

«А вы помните, у нас уже была один раз очень похожая задача…»

Ведь вот как легко промахнуться, подставив свою точку зрения вместо ребячьей! Что значит похожая? Мне как-то казалось само собой разумеющимся: похожая задача — это та, где тоже фигурировали сочетания из пяти предметов по два. А дети считают похожими те задачи, в которых тоже надо было рисовать фломастерами. Не люблю подсказывать, но на этот раз приходится. Мальчики с радостью хватаются за мозаику, строят бусы на ней и даже сами догадываются сверить решения на мозаике и на листочках. Кто-то вспоминает, что в прошлый раз тоже получилось десять решений. Это, наконец-то, повод для первого сомнения. «А что, и правда больше нельзя построить?» Я загадочно улыбаюсь и перехожу к другому заданию.

Вы обратили внимание на то, как последовательно педагог реализует свой принцип: «Не объяснять ребенку закономерности и правила, известные взрослым, а давать ему материал для размышлений и наблюдений». Этому же принципу стремятся следовать учителя, работающие по системе развивающего образования Д.Б.Эльконина — В.В.Давыдова.

Золотая жила, или Задача-хамелеон

Кажется, я набрел на золотую жилу. Вскоре та же задача появляется в третий, в четвертый и даже в пятый раз.

Посмотрите, как непохоже она выглядит в своем новомобличье. В порядке очереди каждый получает листок клетчатойбумаги, на котором нарисован прямоугольник 3х4 клетки.(Секундный спор о том квадрат это или нет, после чего можноформулировать условие задачи.) Требуется нарисовать всевозможные дороги из левого нижнего угла в правый верхний, но при одном условии: из каждой клетки можно передвигатьсятолько направо или вверх (рисунок 4). Встретив эту задачу в книге, я и сам не сразу сообразил, как она связана с предыдущими. Если вам, уважаемые читатели, это тоже не совсем ясно, потерпите немного — сейчас все разъяснится.

а а а б б
а а а б б
а а а б б

Рис. 4.

Работа кипит, чувствуется возросшая квалификация моих «математиков»: и ошибок меньше, и все десять решений найдены довольно быстро.

(Вот еще один «подводный камень»: мальчики уже начинают привыкать к тому, что во всех комбинаторных задачах ответом служит число 10. Обязательно надо будет в ближайшее же время подбросить им побольше задач с разным количеством решений.)

Теперь время самого важного вопроса: чтобы пройти из угла в угол листочка, сколько шагов надо сделать направо и сколько вверх?

Только сначала надо договориться о том, что такое шаг, а то я считаю шагом переход из клетки в соседнюю, а ребята — любой прямолинейный отрезок. Договариваемся.

Из-за чего ребенок делает ошибки, то есть решает задачу, которую мы перед ним поставили, не так, как мы считаем правильным? Одна из самых распространенных причин детских «ошибок» — мы. Точнее? наша непособность четко сформулировать задание (или небрежность наших формулировок). Мы вкладываем в свое задание один смысл, а ребенок воспринимает сказанное нами по-своему, иначе, чем мы. Отсюда простой вывод: если ребенок совершает ошибку, нужно проверить, правильно ли мы дали задание, нет ли в нашей формулировке задания неоднозначности.

Ну теперь-то уж ответ очевиден? Опять нет! Я в недоумении и

после занятия обдумываю причину.

А и в самом деле, вопрос казался мне простым только по недомыслию.

Как часто учебные и жизненные задачи (те, которые жизнь задает в виде «проблемных ситуаций») кажутся нам простыми только по недомыслию! Случается это обычно со взрослыми, которым когда-то подсказали одно из возможных решений задачи как единственно правильное (а есть ли другие решения, они не проверяли). Или из-за того, что эти задачи и ситуации стали привычными для нас, взрослых, и мы забыли, как нам было трудно найти решение впервые. Или по иной причине. Так или иначе, давайте выведем из этого наблюдения еще одно золотое правило: задавая малышу задачу, каждый раз будем глядеть на нее глазами ребенка и пробовать решить ее так, будто решаем впервые.

Кстати, это пример того, как благотворно для нас общение с малышом, как оно «вынуждает» нас (помогает нам) вспоминать об источниках и границах наших знаний, освобождаться от шаблонов и привычных заблуждений.

Ведь именно на этом свойстве — что количество шагов по горизонтали и по вертикали одинаково для всех путей — основано координатное представление векторов, то есть тот факт, что при сложении векторов их координаты тоже складываются. Четко помню, как когда-то меня, уже взрослого, поразило(как важно, став учителем или родителем, помнить о том, что поражает в детстве!? ВЛ) это свойство векторов. На его основе можно сделать хорошую серию задач и с ее помощью даже дать намек на отрицательные числа (если допускать шаги назад, но подсчитывать их со знаком минус).

Как важно хотя бы на мгновение усомниться

Ну а пока на занятии мы старательно подсчитываем шаги: оказывается, каждая дорожка содержит ровно три шага направо и ровно два шага вверх.

Поэтому на следующем занятии мы пишем такие последовательности: ВВППП, ВПВПП, ВППВП и т. д. — в каждой три буквы П и две буквы В. По замыслу каждая буква П обозначает шаг направо, а буква В — шаг вверх (рисунок 5).

а б а а б
ППВПВ
а а а б б
ВПППВ
Рис. 5

Надо было видеть то волнение, что охватило ребят, когда я показал им эту связь!

Все-таки показал, подсказал, а не только дождался, пока дети откроют связь сами. Без этого не обойтись. У А.Звонкина «показал» случается очень редко. Соотношение между «показал» и «дождался, пока дети откроют сами» определяется чувством меры педагога, индивидуальными особенностями учеников, темой обсуждения. Готовых рецептов здесь нет: общение с ребенком — дело творческое.

Чутье педагога, позволяющее ему успешно решать образовательные задачи, я назвал бы педагогическим вкусом. Формирование такого вкуса, на мой взгляд, главная задача педагогических вузов и колледжей. А так как учебные заведения этой задачи перед собой обычно не ставят, его формирование становится важнейшей задачей педагогического самообразования (в том числе и педагогического самообразования родителей). Они немедленно потребовали разрезать листок, на котором написаны наши пятибуквенные слова, и, отталкивая друг друга, стали прикладывать каждое слово к соответствующей дорожке. Я остаюсь сторонним наблюдателем, однако пытаюсь невзначай подкинуть еще одну мысль.

«Может быть, мы заодно и еще какие-нибудь решения найдем, — говорю я. Одиннадцатое, двенадцатое…» Один лишь Женя откликается на мои слова: «Нет, — говорит он. — Ведь здесь десять и там тоже». — «Но, может быть, они разные? Здесь одни десять решений, а там другие?» К этому моменту, однако, все бумажки уже разложены, и наши надежды не оправдались: обе

группы по десять решений в точности соответствуют одна другой, или, как говорят математики, находятся во взаимно однозначном соответствии. Как тем не менее важно хотя бы на мгновение усомниться в результате, чтобы потом ощутить его как результат! Озарение сопровождается радостным воплем

Сейчас, на волне энтузиазма, можно продвинуться чуточку дальше.

«А скажите, ребята, можно было обозначить шаги направо и вверх другими буквами? Не П и В, а другими?» — «Конечно! Какими хочешь можно». — «Ну какими, например?» — «Например, А и Б», — говорит Петя. «Или, например, твердый знак и мягкий знак», — это Дима. «Или, например, — говорю я, — шаг направо обозначить плюс, а шаг вверх — запятой». «О-о-о!» — хохочут мальчики. «Или, — продолжаю я бесстрастным тоном, — шаг направо обозначать черным кружком, а шаг вверх — белым». — «Как это?» — «А вот так».

а б а а б

Рис. 6

l — l - m — l - m

Рис. 7

Я беру один из рисунков, допустим такой (рисунок 6), и соответствующую ему подпись ППВПВ и рисую рядом картинку (рисунок 7). И в наступившей паузе паузе перед взрывом — еще успеваю соединить свои кружочки линиями, придав им окончательное сходство со второй задачей. Узнали! Тут ошибиться нельзя: озарение сопровождается радостным воплем и чуть ли не плясками. На столе все смешивается, и продолжать дальше становится решительно невозможно. Пора кончать занятие. Теперь можно отступить примерно на месяц, отвлечься, позаниматься другими задачами. Пусть идея уляжется, пустит корни. К тому же однотипные задачи могут скоро надоесть (курсив мой.? ВЛ).

Как важно помнить об этом и не спешить закреплять успех! Закрепить успех тактическая задача. Стратегическая — сохранить у ребенка желание учиться, сберечь готовность мыслить самостоятельно, получая от этого интеллектуальное удовольствие.

Грандиозная идея, которая таится за скромным словечком «обозначить»

И вот — финиш. На столе пять коробок и два шарика: нужно класть эти два шарика в две коробки, оставляя остальные три коробки пустыми (рисунок 8). И чтоб не повторяться.

Рис. 8.

Работа начинается бойко, но уже на четвертом или пятом

шаге возникает ожесточенный спор, было уже такое решение или нет. Мальчики обращаются ко мне как к арбитру, но я делаю вид, что тоже не помню. Как быть?

Между прочим, далеко не каждый ребенок сообразит, что делать в такой ситуации. Нужно обозначить каким-то значком пустую коробку и каким-то другим — коробку с шариком, а все найденные решения записывать. Но за этим скромным словечком «обозначить» прячется грандиозная идея, родившаяся и выросшая вместе с человеческой цивилизацией. Достаточно вспомнить во многом еще загадочную историю возникновения письма, эволюции пиктограмм в иероглифы, иероглифов — в алфавитное письмо, и т. д. Сколько существует на свете математика, она всегда занималась изобретением и усовершенствованием систем обозначений — сначала для чисел, потом для алгебраических операций, потом для все более и более абстрактных сущностей. Уже в нашем веке учение о знаковых системах осознало себя в качестве самостоятельной науки семиотики.

(Недаром так недоумевают первоклассники, когда им говорят: «Обозначим слог прямоугольником, обозначим гласный звук красным кружочком, твердый согласный — черным кружочком, мягкий — синим кружочком; обозначим неизвестное число буквой х…». Это же так просто, так понятно — для нас с вами: обозначим — и все дела. А дети в тупике.)

Выразительный пример того, о чем говорилось в восьмой сноске («Как часто учебные и жизненные задачи кажутся простыми нам только по недомыслию!»)

Изобретаем письменность: рисунок — пиктограмма — иероглифї

На нашем кружке я всегда пытался не только решать отдельные задачи, но и формулировать, хотя бы для себя, сверхзадачи. Знакомство с семиотической идеей — одна из таких сверхзадач.

Мы не раз обсуждали то, что числа обозначаются цифрами, звуки речи буквами, а, скажем, музыкальные звуки — нотами. Вспомнили и другие системы знаков, например дорожные знаки. И всегда, когда было можно (и полезно), придумывали значки для разных объектов, с которыми оперировали. Так что эта идея для ребят уже не совсем новая.

Вот мальчики и предлагают «рисовать» решения. Поначалу они и в самом деле пытаются делать что-то вроде реалистических рисунков; я бы сказал: находятся на пиктографическом уровне. Но это трудно, и довольно скоро мы переходим на иероглифический уровень: рисунки становятся более абстрактными — теперь пустая коробка обозначается квадратом,

а заполненная — квадратом с кружком внутри. Я предлагаю рисовать в последнем случае просто кружок. Очередное препятствие: дети не умеют рисовать аккуратно, и нарисованный ими круг не всегда легко отличить от квадрата. Тогда я делаю еще одно предложение: рисовать круг с крестом. Теперь изображенное выше решение выглядит так: (рисунок 9).

Рис. 9.

«А почему с крестом?» — «А какая разница, как обозначать», — отвечаю я, пытаясь равнодушным пожиманием плеч еще раз намекнуть на относительную самостоятельность знака по отношению к обозначаемому объекту и его (в известных пределах) произвольность.

Минута педагогического триумфа: дети приходят к общематематической идее!

А между тем получившаяся задача в одном отношении сложнее предыдущих. Ведь теперь каждое новое решение нужно сравнивать не с предшествующими решениями, а с их условными обозначениями.

Педагогический успех — награда тому, кто постоянно внимателен и чуток к ребенку. Не знаю, что помогает А.Звонкину так тонко проникать в детскую то ли прекрасная память и самоанализ, то ли способность к перевоплощению в ребенка, то ли интуиция, то ли знакомство с трудами психологов (каждый это делает по- своему). Но именно зоркость к детским интеллектуальным трудностям позволяет взрослому успешно строить радостное и взаимно развивающее общение с детьми.

На этот раз мальчики находят всего девять решений и после нескольких безуспешных попыток приходят к выводу, что больше решений нет.

И вот наступает минута моего триумфа, та, которую я так долго ждал и так упорно готовил. Петя вдруг восклицает, тыча пальцем в лист бумаги: «Ой, смотрите: да это же пэ, вэ, пэ, вэ, пэ!» Дима вскакивает очень взволнованно: «Да, да, папа, я уже давно хотел тебе это сказать!» «Значит, должно быть еще одно решение», — подхватывает Женя.

— А давайте, — предлагает Дима, — принесем решение той задачи и найдем, чего не хватает.

Ходить, конечно, далеко не приходится. Подобно известному роялю в кустах, конверт с решениями всех предыдущих задач оказался здесь же, на столе. Какую из задач принять за основу? Мальчики предлагают полоски бумаги с кружками, и очень скоро, уже на четвертом шаге, мы нашли недостающее десятое решение.

(Видимо, ни один триумф не обходится без небольшого конфуза. Когда мы раскладывали полосочки с бусами, одна из

них случайно перевернулась на 180 градусов. В результате одно из решений пропало, а другое, ему симметричное, оказалось повторенным дважды. Мы едва не запутались.)

То, что произошло сегодня, кажется не крайне важным. Мы не просто решили задачу. Мы решили ее путем сведения к другой, изоморфной ей задаче. Это важнейшая общематематическая идея, и разве не чудо, что нашелся такой материал, на котором эту идею удалось продемонстрировать шестилеткам? Да к тому же так, что они сами до нее додумались!

Дошкольники и центральное понятие математики

События на нашем кружке меняются с головокружительной быстротой. Не успели мы разделаться с одной великой идеей, как тут же на подходе другая. Как-то сам собой возникает вопрос: почему каждый раз получается ровно десять решений?

В самом деле больше решений не существует или мы их просто не сумели найти? Как доказать, что их всего десять?

Доказательство — это ритуал, принятый в математике?

Итак, доказательство. Центральное понятие для всей математики, я бы даже сказал, формообразующее, выделяющее математику из всех других наук. Представление о том, что является доказательством и что не является, менялось на протяжении веков и обрело современный вид лишь приблизительно на рубеже XX века (увлекательный рассказ об этом можно прочитать в недавно вышедшей книге Мориса Клайна «Математика. Утрата определенности»).

Математикам прошлых эпох, даже самым великим, казались вполне убедительными такие рассуждения, которые сейчас с негодованием отвергнет любой школьный учитель. Если вдуматься, мы имеем дело с очень странным явлением: почему какие-то абстрактные рассуждения делают для нас то или иное утверждение более убедительным?

Один очень умный старшеклассник задал учителю такой вопрос: «То, что в равнобедренном треугольнике углы при основании равны, совершенно очевидно, можно убедиться на примерах. Тем не менее нам этот факт доказывают. С другой стороны, то, что напряжение равно силе тока, умноженной на сопротивление, нисколько не очевидно. Однако этот факт нам почему-то не доказывают, а только иллюстрируют опытами. Почему?»

Этот вопрос — редкая попытка проникнуть в суть явлений. Большинство же школьников, я убежден, воспринимают доказательства как некий принятый в математике ритуал. Так полагается, и все. Как тут не вспомнить историю, относящуюся, кажется, к XVIII веку — про человека, который сказал своему учителю: «К чему все эти туманные рассуждения? Вы же дворянин, и я тоже. Дайте честное слово, что теорема верна, — мне этого вполне достаточно».

Смешно, правда? Ну а мы сами — образованные, современные люди, даже научные работники — мы разве не

такие?

Где искать точки соприкосновения научной проблемы с миром детства?

Встречали ли вы когда-нибудь в учебниках истории доказательства того, что все описываемые события происходили именно там, именно тогда и именно так, как они описаны (да и вообще имели место)? Нет, никаких даже намеков на доказательства в этих учебниках нет. И вот странное дело — это никак не уменьшает нашего доверия к изложенным фактам. «Честное слово дворянина» — в данном случае автора учебника — оказывается для нас вполне убедительным основанием. Как видим, проблема не так проста, даже если касается взрослых.

А к детям какое это имеет отношение? Вот какое: мне кажется, необходимо осознать проблему в целом, только тогда удастся найти какие-то ключи, какие-то пути и точки соприкосновения этой проблемы с миром детства (курсив мой.? ВЛ).

Важная подсказка методистам и тем родителям, которые хотят понять, чему учить детей, как выбрать учебный материал

В числе первых попыток были задачи из серии «четвертый — лишний» с неоднозначными ответами, о чем я рассказывал в предыдущей статье. В них я обращал внимание детей на важность не только правильного ответа, но и правильного объяснения.

Потом стали появляться задачи на доказательство такого сорта: доказать, что мы видим глазами, а слышим ушами, но не наоборот (доказательство: если закрыть глаза, мы перестанем видеть, а если закрыть уши, перестанем слышать); доказать, что облака ближе к нам, чем солнце (доказательство: облака заслоняют солнце); доказать, что мы думаем головой, а не животом (хорошего решения я так и не смог придумать).

Ну а в нашей комбинаторной задаче что могло бы служить аналогом доказательства? Видимо, только упорядоченный перебор возможностей, то есть такой перебор, при котором мы были бы уверены, что ничего не пропустили. Еще полгода назад мальчики эту идею не восприняли. Может быть, они уже созрели?

Способен ли дошкольник прийти к идее доказательства, если даже не все взрослые владеют ею?

Вернемся к тому обсуждению, рассказ о котором прервали на полуслове. Итак, как же убедиться, что, кроме найденных десяти решений, других нет?

Дима: «Нужно много лет пробовать, и если ничего не найдешь, значит, и нет». Я высказываю естественное возражение: а вдруг все-таки есть? Женя пессимистически заявляет: «Я больше ничего найти не смогу». Петя спрашивает у меня, я действительно

сам не знаю, сколько будет решений, или я-то знаю точно, а спрашиваю только для разговора? Признаюсь, что сам я знаю точно. Тогда мальчики вообще перестают понимать, чего мне еще надо.

Тут вдруг Дима произносит какую-то туманную и довольно бессмысленную фразу, в которой, однако, фигурируют слова «самая левая коробочка». Я поскорее интерпретировал эту фразу в нужном мне направлении и стал рассуждать вслух. Возьмем первый шарик и положим в самую левую коробочку. Куда теперь можно положить второй шарик? Во вторую, третью, четвертую и пятую коробочки; всего четыре решения. Теперь первый шарик положим во вторую коробочку. Тогда второй можно положить в четыре оставшиеся: в первую, третью, четвертую и пятую коробочки — еще четыре решения. Теперь положим первый шарик в третью коробочку и т. д. Всего получается пять раз по четыре решения, то есть… двадцать решений! Вот так раз! Мальчики в полном ошеломлении, а я как можно скорее сворачиваю все дела и заканчиваю занятие.

На этот раз я бил без промаха. Теперь уже все дети без исключения занялись самостоятельными исследованиями — что-то дома перекладывали, рисовали, и в итоге — кто раньше, кто позже и частично с моей помощью — разобрались все же, почему для получения правильного ответа число 20 еще следует разделить пополам.

Детский вопрос: можно ли других людей в чем-то убедить?

Пятилетний экспериментатор?

Как-то уже не на кружке, но явно под его влиянием, у меня произошла такая беседа с сыном. Дима спросил меня, как вообще можно других людей в чем-то убедить. «Есть разные способы, — ответил я, — В физике, например, делают опыты». — «А-а, понятно». (Что такое физический опыт, Дима знает по книге Л. Л. Сикорука «Физика для малышей» — одному из наиболее блистательных шедевров научно-популярной литературы для маленьких.) «Вот, например, такой вопрос: какие предметы падают быстрее — легкие или тяжелые?» — «Конечно, тяжелые падают быстрее». — «Ты так думаешь. А другой человек может сказать, что предметы падают одинаково быстро». — «Ну-у нет!» — «А почему нет?» «Ну, ведь если мы возьмем камень и лист бумаги, то камень упадет быстрее!» — «Да. Значит, чтобы убедить этого другого человека, что он не прав, ты сделаешь опыт, верно? Возьмешь камень и лист бумаги и посмотришь, что упадет быстрее». — «Да». — «А теперь давай сделаем другой опыт».

Как невидимые круги сделать видимыми?

Идею этого опыта мне рассказали друзья. Сначала мы берем два одинаковых листа бумаги, и они, разумеется, падают одинаково медленно. После этого я комкаю один из листов и скатываю его в комок. Я хочу спросить, какой из листов теперь упадет быстрее, но Дима меня опережает. «А теперь вот этот (он показывает на комок) стал тяжелее». — «Почему!?!» — «Потому что он упадет быстрее». Вот, оказывается, как обстоит дело. Для того чтобы физический опыт мог вас в чем-то убедить, нужно сначала, чтобы ваша логика развилась до такого уровня, когда вы осознаете недопустимость логических кругов.

Бросаем в паре все, что попадается под руку

Я, однако, не унимаюсь. Мы продолжаем бросать в паре все, что попадается под руку: пуговицу и большой тяжелый лист ватмана, пуговицу и гирю, пластмассовый пустотелый кубик и деревянный кубик того же размера и т. п. Дима обескуражен результатами; попытался было предположить, что пуговица тяжелее листа ватмана, но быстро отказался от этой мысли. «Значит, бывает по-разному. Иногда легкие вещи падают быстрее, а иногда тяжелые». Он уже почти готов удовлетвориться таким объяснением. И вдруг догадывается: «А-а, понимаю, папа! Это ему воздух мешает падать». — «Кому?» — «Лист большой, и ему

воздух мешает падать, не пускает его. А пуговица маленькая, ей воздух меньше мешает». — «Правильно! А если бы воздуха не было, что бы тогда было?» — «Тогда бы все падали одинаково». — «Молодец. А когда я лист бумаги скомкал в комочек, что произошло?» Дима подбирает слова, чтобы сформулировать ответ. Меня подводит нетерпение — я отвечаю за него: «Воздух ему перестает мешать». Но Дима меня поправляет: «Нет, не перестает, а начинает меньше мешать».

Принципиальное отступление от принципа

Я уже писал о своем принципе: никогда не пытаться «внедрить» в ребенка свою точку зрения, даже намеком. Но в иерархии принципов есть еще один, более важный: ни одному принципу не должно следовать с железной непреклонностью.

У каждого из нас есть «внутренний редактор». Он следит за тем, чтобы мы рассуждали, писали, говорили, поступали в соответствии с общественными нормами. Этот «редактор», по-видимому, нам необходим. Без него мы стали бы непонятными для других. Но он же сковывает творчество. Внутренне свободен и открыт для творчества тот, кто чтит принцип: ни одному принципу не должно следовать с железной непреклонностью! Кстати, дети нередко поступают так, будто следуют этому принципу. Это «творческая смелость» по неведению

И вот сейчас, мне кажется, удобный повод отступить от первого принципа. С явным намеком в голосе я задаю еще один вопрос о скомканном листе бумаги: «И что, разве он действительно становится при этом тяжелее?» Дима смеется таким тоном, будто хочет сказать, что только по недомыслию можно было ляпнуть такую глупость, и отвечает: «Ну конечно же, нет! Может быть, только совсем немножечко тяжелее».

Мысленный эксперимент, или Почему вопросы важнее ответов

Вечером, записывая нашу беседу в дневник, я обдумываю ее более внимательно. Я вдруг начинаю понимать: то, что мы произвели, не является в точном смысле слова физическим экспериментом. Эксперимент — это вопрос, заданный природе, с заранее неизвестным ответом. А в нашем случае Дима знал все ответы заранее. Не обязательно было реально бросать гирю с пуговицей — собственный опыт жизни ребенка в реальном физическом мире оказывался вполне достаточным, чтобы правильно предсказать результат этого опыта. Можно сказать, что ни один из опытов не сообщил ему ничего нового — если

говорить только о фактах. Новым было лишь упорядочение известных фактов. По существу, мы произвели то же самое доказательство путем перебора логических возможностей, которое раньше проделали с шариками в коробочках.

Данная ситуация проливает некоторый дополнительный свет на то, почему так полезны в обучении вопросы. С помощью вопросов мы помогаем ребенку сопоставить те элементы его жизненного опыта, которые до этого существовали как бы отдельно, не связываясь друг с другом.

Мы, обезьяны и математика

Как-то на даче мальчики вспоминали о своем недавнем походе в зоопарк, где им показывали обезьян. Я вдруг вмешался в их разговор и заявил, что это не им показывали обезьян, а их водили показывать обезьянам. «А ну-ка, докажите мне, что я не прав». Завязался отчаянный спор. Первый аргумент — «Ведь мы же на них смотрели» — я разбил легко: «Они на вас тоже смотрели». Второй аргумент был серьезнее: «Мы где хотим можем ходить, а обезьяны в клетке сидят». На это я возразил так: «Нет, не где хотите. Обезьянам нельзя выходить из клетки, а нам нельзя входить в эту клетку. Просто есть решетка — и обезьяны ходят где хотят с одной стороны решетки, а мы — с другой». Так мы еще спорили некоторое время, и вдруг Дима воскликнул радостно, как бы поймав меня на подвохе: «Ой, папка! Ведь это же мы опять математикой занимаемся!»

…На самом первом занятии кружка дети бросились наперегонки считать разложенные на столе пуговицы. Тогда они именно так представляли себе математику — это когда считают. С тех пор их представление разительно изменилось. Теперь математика для них — что-то вроде логической игры в стиле Льюиса Кэрролла. Я верю, что именно такая математика и нужна детям.

Мне думается, что гость Первого сентября математик и ответственный папа Александр Звонкин убедительно показал: не пропедевтика (опережающее изучение) школьного материала нужна дошкольнику. Пожалуй, более всего малышу подходит увлекательная игра с ровесниками и со взрослым. Такая игра, если взрослый сумеет ее организовать, опираясь, например, на советы А. Звонкина, доставит ребенку радость содержательного общения и эстетическое удовольствие, разовьет интуицию и интеллектуальные способности. И при этом пробудит желание исследовать наш мир, экспериментировать, учиться.

И еще? обогатит жизнь взрослого.

Саша Черный Иероглифы (Не юмористический рассказ)

Раз в месяц Павел Федорович приходил в тихое отчаяние: письменный стол переполнялся…

Все лишнее Павел Федорович давно с сердечной болью убрал со стола: люцернского льва, бронзового барона, купленного на аукционе, японское карликовое дерево — и прочие соблазнительные предметы, которые только отвлекали внимание и загружали стол. Но и это не помогало: само собой случалось так, что все вещи, попадавшие на стол, когда они были нужны, так и застревали на нем.

Особенно книги. Это были положительно какие-то ленивые животные. Немецкий словарь Павловского, например, третий месяц лежал на столе, как отдыхающий в иле бегемот, и только изредка передвигался с правого угла в левый. Библия по временам перебиралась на кресло, — куда ей деваться? А стол стоял рядом… Еще больше огорчений доставлял энциклопедический словарь — он приходил гораздо чаще, чем уходил, и всегда целой артелью, так что иногда к вечеру бедный любознательный Павел Федорович не мог из-за него добраться до чернильницы… Ужасно, ужасно!

В ящиках было не лучше. Павел Федорович был человек разносторонний и, кроме того, крепко цеплялся за свое прошлое, как почти все одинокие взрослые люди. Если бы некоторые письма и разные странные пустяки (итальянские монеты, гимназический герб, кусок восковой свечи и пр.) исчезали из его письменного стола, — он бы почувствовал себя совсем неуютно на земном шаре и в значительной степени утратил бы самое чувство прошлого… Конечно, это было смешно и нелепо, — но что делать? — настоящее Павла Федоровича было несложно, как гвоздь: утром кофе и булка, утренние газеты, чай, работа и мертвый сон до следующего утра. Будущее же ему всегда смутно рисовалось в образе веревочного хвостика от колбасы, которую дорезали до самого конца.

В ящиках, конечно, были и необходимые вещи, — напр., каталоги книг с тщательными отметками, какие книги надо приобрести в первую очередь, какие во вторую. Но и каталогов этих накопилось гораздо больше, чем нужно: денег на покупку книг не хватало, а если и случались, то всегда подвертывались какие-нибудь дырявые галоши. Земное побеждало небесное; книги так и оставались отмеченными для покупки, а каталоги

продолжали желтеть в ящиках; тем временем выходили новые каталоги, Павел Федорович опять отмечал — и так много лет.

В один из таких приступов отчаяния, — когда стол был переполнен внутри и снаружи, а Павел Федорович с омраченным злобой и тупой беспомощностью лицом уже в двадцатый раз выдвигал с грохотом ящик за ящиком в поисках почтовой бумаги и транспаранта, — в один из таких приступов Павел Федорович встал, прошелся по комнате, снял воротничок и сказал «уф!». Потом мотнул головой и опять присел у столу с железным решением разобрать стол до последней промокашки и выбросить весь «хлам» без всякого сожаления.

Если писать «юмористический рассказ», то все дальнейшее можно было бы разыграть по двум трафаретам. Трафарет номер первый: Павел Федорович в порыве увлечения выбрасывает хлам и даже приказывает слуге отнести его, во избежание соблазна, на помойку. Затем ночью, охваченный комическим раскаянием, пробирается в одной рубашке с фонарем к помойной яме, разрывает ее и выбирает свои нелепые сувениры из груды картофельной и яичной шелухи. Можно прибавить и дворника, который принимает его за вора, ловит, тащит в участок и т. д.

Трафарет номер второй: Павел Федорович не выбрасывает своего хлама. В таком случае можно очень забавно — «непрерывный смех!» — изобразить борьбу между принятым решением и воспоминаниями, связанными со старым ключом, кусочком сургуча, письмом от веселой вдовы, украшавшей юность, и прочей трухой, засоряющей ящики. Закончить можно так: под утро прислуга вымела холодного Павла Федоровича вместе с засыпавшим его, как Везувий Помпею, хламом, который он разбирал на ковре.

Но, так как рассказ не юмористический, — то придется пожертвовать всеми этими прекрасными подробностями и скромно вышивать по невзрачной канве действительности.

В углу нижнего ящика, под грудой писчей бумаги и дешевых гравюр, Павлу Федоровичу попалась в руки неожиданная находка: толстая, так называемая «общая» тетрадь. Наклейки не было, — вместо нее за прорезанной в черной коленкоровой обложке решеткой чернела тщательно нарисованная печатными буквами надпись «Каторжные работы». Павел Федорович улыбнулся и с любопытством взял тетрадь в руки. Как она к нему попала и что в ней? Он раскрыл ее и сразу узнал собственный гимназический почерк, еще расхлябанный, жидкий, но уже со всеми особенностями почерка взрослого человека, державшего тетрадь в руках.

На первой, раскрытой наугад, странице было написано:

«Dum, priusquam, antequam — с изъявительным наклонением, если придаточное отвечает на вопрос когда, в какое время».

Павел Федорович удивленно откинулся в кресле и стал припоминать. Что бы это могло значить?.. Но в памяти всплыли только изящные серые брюки молодого латиниста из филологического института и его поза, когда он спрашивал обреченную жертву у парты, поставив с изысканной грацией ногу на скамью.

Следующая страница еще больше озадачила, хотя почерк был опять его — Павла Федоровича.

«Пределом называется та постоянная величина, к которой стремится переменная, так что разность между ними всегда остается меньше какой угодно малой величины». И дальше: «Бесконечно малая есть переменная, предел которой равен нулю».

Павел Федорович представил себе бесконечный ряд мух, которые должны были бесконечно уменьшаться справа налево и стремиться к нулю. Но так как разность между двумя соседними мухами оставалась «меньше какой угодно малой величины», то мухи нисколько не уменьшались и были все одинакового роста.

Он плюнул и сердито перевернул несколько страниц.

«К пятнице повторить до Готфрида Бульонского». В этой фразе, напоминавшей шараду на малознакомом языке, только слово «Бульонский» вызывало знакомый гастрономический образ. Буква «Г» лежала тут же на столе. Павел Федорович развернул 17-й полутом энциклопедического словаря и прочел:

«Готфрид Бульонский — герцог Нижней Лотарингии, родился ок. 1060 г., старший сын графа Евстафия II Бульонского и Иды, сестры Готфрида Горбатого, герцога Нижней Лотарингии, которому он и наследовал в управлении государством».

Дальше в таком же роде полтора столбца петита и подпись — Е.Щепкин.

Павел Федорович уныло вздохнул и, охваченный бессознательным любопытством, достал последний полутом, в котором помещены фотографии всех составителей словаря. Е.Щепкин был в самом конце, звали его полностью: проф. Евгений Николаевич Щепкин. Лицо — круглое и добродушное, лоб переходил на лысину, воротничок прямой, стоячий, каких уже никто, кроме пасторов и некоторых профессоров, не носит.

После Готфрида Бульонского в общей тетради замелькал ряд страниц еще более непонятных. Буквы почему-то были латинские, особенно часто повторялись x, y, z. Одни буквы были в круглых скобках, другие, словно в корсете, в фигурных, вверху справа у многих букв стояли крохотные цифры. Кое-где буквы и цифры лежали друг на друге, в два этажа, а между ними черта. Кое-где,

как большие и маленькие верблюды, торчали знаки радикалов.

«Алгебра»… — горестно подумал Павел Федорович. — «Алгебра»…

Ему вспомнилось с необычайной остротой то чувство холодного ужаса и обреченности на письменных работах, когда до звонка оставалось полминуты. Часть задачи списана, часть решена, а тощий, как вобла, математик стоит над партой и двумя пальцами тянет к себе тетрадку: «довольно-с, отдохните-с»…

Но значение странных знаков оставалось темным. Не верилось даже, что его пальцы выводили когда-то все эти черточки и завитушки.

Новые раскопки в тетради открыли целые залежи греческих фраз, — кудрявых, с ударениями и придыханиями, — таинственных, как звездная карта.

Ниже была приписка: «в четверг extemporale! Повторить aoristus I passivi глаголов чистых и немых (чтоб они лопнули!)».

Слова в скобках вызвали сочувственную улыбку, остальное — увы… Напрасно Павел Федорович покорно и кротко повторял про себя:

«Aoristus I passivi глаголов чистых и немых». Память не только ничего не подсказывала, но сбила его с толку, неожиданно подсунув давно забытый детский счет:

«Унэ-дери-трикандери, сахар-махар-помадери, аз-баз-трибабаз, бес-бедович-кислый квас…»

Вслед за этим опять мелькнул знакомый образ. Маленький, рыжий, всклокоченный «грек» стоял у окна спиной к классу и равнодушным голосом цедил:

«Господа, списывайте не дословно. У кого одинаковые ошибки — кол».

«Дай Бог ему здоровья! — вздохнул Павел Федорович и задумался. — Попадаются же между ними и люди»…

Наконец, в конце тетради он, к искреннему своему удовольствию, нашел отрывок, в котором хоть что-нибудь можно было понять. Это был черновик домашнего сочинения «Герои у древних», из которого ясно было видно, что «герой совершает то, на что окружающие совершенно неспособны — вот главная причина признания его героизма и удивления перед ним».

Одно место заставило даже Павла Федоровича на мгновение полюбоваться смелым полетом своей гимназической мысли:

«Если во время пожара какой-нибудь человек из толпы бросится в огонь и спасет чужую жизнь, мы назовем его героем, если же то же самое совершит пожарный, оценка наша значительно понизится. Чем это объясняется? Тем, что есть профессии, в которых человек как бы обязан всегда быть героем,

причем благодаря повторению героизма ему уже никто не удивляется».

Впрочем, все это место пересекала жирная черта, а сбоку стоял унылый вопросительный знак и собственноручная резолюция: «Не на тему. Ослы».

Павел Федорович медленно закрыл тетрадь, откинулся в кресле и закрыл глаза. Было очень досадно. Вспомнились четверти, унизительный торг с латинистом, в коридоре после урока, о тройке с минусом, которая должна была обеспечить тройку в годовом, подсчитывание на бумажке отметок (сколько в среднем?), ответы «на поправку» в конце четвертей, списывание на промакашках греческих экстемпоралей, — весь мутный чад гимназической повинности, мелких обманов и никогда не затихающей напряженности и тревоги.

Особенно ярко всплыла темная жуткая полоса экзаменационных дней, — дней «подготовки», конспектов, шпаргалок, часов ожидания, пока очередь дойдет до твоей фамилии, и ужасных минут, словно перед эшафотом — минут обдумывания своего билета…

Даже теперь, при одном воспоминании. Павел Федорович поймал себя на смутной радостной мысли: слава Богу, у него уже ни одного экзамена в жизни не будет.

Он покосился на общую тетрадь и вздохнул: однако разве сегодня это не был экзамен? И какой зверский провал! Словно его подвели к доске, испещренной ассирийской клинописью — ни звука!

Досада все росла. «Столько лет, столько лет…» Но, может быть, он только забыл, может быть, другие, у кого память лучше и кто хорошо учился, помнят?.. Он встал, подошел к стене и постучал:

— Иван Иванович, вы дома?

— Алло! — раздалось из-за стены.

— Можно вас потревожить?..

Иван Иванович, квартирный хозяин, — служил в банке, разбирался в любом вопросе в течение пяти минут и считал себя вторым после Шопенгауэра умным человеком на свете.

— Здравствуйте. В чем дело?

— Вы хорошо учились в гимназии?

— Серебряная медаль

— Ого! Присядьте на минуту, — Павел Федорович снял с кресла Библию и переложил ее на стол. — Ответьте мне, пожалуйста, на несколько вопросов, только не перебивайте и не удивляйтесь…

— С удовольствием. — Иван Иванович с недоумением

покосился на жильца, но потом вспомнил, что получил с него позавчера за месяц вперед, и успокоился.

— У вас память хорошая?

— Nec plus ultra.

— Прекрасно. Скажите, — Павел Федорович незаметно заглянул в тетрадь, — где находится центр тяжести конуса?

Иван Иванович резко повернул голову к жильцу, пожевал зубами и изумленно спросил:

— Что вы это, Павел Федорович?

— Ничего. Совершенно здоров-с. Так где центр тяжести конуса?

— Не знаю…

— Так, — Павел Федорович перевернул под столом несколько страниц. — Кто такой Лука Жидята?

— Лука Жидята?

— Да, Лука Жидята. Феодосий Печерский? Илларион?

— Гм… Это что-то такое из словесности.

— Совершенно верно: «что-то такое из словесности». Так Что вы можете сказать о prefectum и pliquamperfectum medii глаголов немых с подъемной коренной гласной?

— Не знаю, — вопросительно улыбаясь, ответил квартирный хозяин, смутно догадываясь в чем дело.

— А, не зна-е-те? — Павел Федорович вошел в свою роль и повысил голос. Серебряная медаль… Отлично-с! Нарисуйте мне графическое изображение зависимости между временем и скоростью для различного рода движений…

— Извините, у меня болит голова. Позвольте выйти! — Иван Иванович вскочил и дурашливо поднял руку.

— Выйти? А не угодно ли вам, милостивый государь, предварительно перевести «Гомер на-зы-ва-ет Ферсита бе-зо-бразнейшим из гре-ков». Словарь на полке; сроку полчаса. Ну-с!

— Позвольте выйти! — завопил Иван Иванович, но не выдержал и захохотал, как индюк.

Павел Федорович протянул ему общую тетрадь и криво усмехнулся.

— Кол. Садитесь. Смешно, не правда ли? Вот, находку сделал, полюбуйтесь!

Иван Иванович вежливо перелистал тетрадь и пожал плечами.

— Ах, вот что… Чем же тут любоваться? Дело известное.

— Известное, да не очень. Вы вот ни аза не помните

— Зачем же мне, собственно, помнить?

— А зачем в нас столько лет вгоняли все это?

— Ерунда. Нашли о чем беспокоиться…

Иван Иванович снисходительно посмотрел на жильца и прищурил глаза.

— Болеют же все корью, — ну и это, как корь. Кроме того, полезно для общего развития.

«Очень ты развит!» — подумал Павел Федорович, но вслух этого не сказал.

— Восемь лет — корь? Хорошо-с… Может быть, брата вашего позвать, может быть, он помнит?

Иван Иванович отрицательно помотал головой.

— Отнюдь. Рецепт напишет с родительным падежом, как полагается, ибо это по его специальности. А насчет остального, — как мы с вами: пасс.

— Н-да…

— Да вы плюньте… Вот тоже, есть о чем! Комик… Приходите лучше чай пить, — сегодня баранки, а? — Иван Иванович насмешливо оглядел понурую недовольную фигуру жильца, эластично проплыл через комнату и мягко притворил за собой дверь.

От тетради, конечно, не трудно было отделаться. Дрова только что перегорели, по алым жарким углям перебегали сизые мотыльки: брось хоть лед и тот бы, казалось, вспыхнул. Но Павел Федорович медлил…

Год за годом надо было мужественно бороться со сладким утренним сном, который словно клейстером склеивал веки, глотать, обжигаясь, горячий чай, одним глазом пробегая выветрившихся за ночь из головы «сыновей Калиты» или «брак с Софьей Палеолог и его последствия», другим следя, с замиранием сердца, за минутной стрелкой. Сколько раз он бросал с тоской недоеденный бублик и мчался, как призовая лошадь к столбу, в гимназию, ежась от холода, ощущая за спиной громыхающий ранец — и в нем то нерешенную задачу, то неоконченный перевод, то еще что-нибудь такое — мучительное, как фальшивый вексель, который не сегодня-завтра предъявят ко взысканию. И вот все, что осталось… Он свернул тетрадь в трубку.

А еще раньше, когда он был совсем маленьким?.. Когда длинное форменное пальто «на рост» заметало пыль и собиралось внизу в толстые подвертывающиеся кверху складки… Сколько их по всей России мчалось таких же, как он, — маленьких, стриженых, круглоголовых, набитых деепричастиями, избиениями филистимлян, суффиксами, префиксами, четвертым склонением на us и еще черт знает чем… И главное, и главное не опоздать на «Преблагий Господи»!

«Преблагий Господи…» «Как же дальше?» Павел Федорович напряженно посмотрел в потолок, но ничего, кроме окончания

молитвы, не вспомнил: «и продолжения учения сего». И сейчас же машинально всплыл вариант этой фразы, который почти все они тогда с огромным упорством и чувством полушепотом повторяли про себя: «и прекращения учения сего». Веселый вариант!..

«Для общего развития». Черти! Прожили тысячелетия и хорошей школы не удосужились создать… Девяносто взрослых из та складно письма написать не умеют, говорят и читают, как косноязычные попугаи… Колоса ржи от колоса пшеницы не отличат…

Павел Федорович очнулся. Все это было так понятно, «так старо» …и так, для него по крайней мере, непоправимо.

Угли в печке затянулись пеплом, — надо было спешить. Он присел на корточки, рванул «общую тетрадь» вдоль корешка, бросил две половинки в печь и дунул в растрепанные страницы. Вспыхнул веселый огонь, заметались перед глазами радикалы и греческие вокабулы, мелькнули «герои древности», — и широкое светлое пламя разлилось по всей тетради.

Павел Федорович встал, побил для уверенности завихрившийся черный комок кочергой, прикрыл дверцу, умыл руки и пошел пить чай.